

УДК: 51:101.8

DOI: 10.15372/PS20250406

EDN: OTPOOL

В.М. Резников

ЯВЛЯЕТСЯ ЛИ ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ ИСКЛЮЧИТЕЛЬНО МАТЕМАТИЧЕСКОЙ НАУКОЙ?

В 1900-е годы Д. Гильберт сформулировал свои знаменитые проблемы, и шестая проблема предназначалась для аксиоматизации теории вероятностей как физической науки. В 1938 г. предложенная А.Н. Колмогоровым аксиоматика была принята в качестве работающей математической науки. В связи с этим возникает вопрос, обделенный вниманием в известной философской литературе: почему Гильберт считал теорию вероятностей физической наукой?

Главная цель настоящей работы состояла в том, чтобы описать особенности теории вероятностей, свойственные строгим естественно-научным дисциплинам. Сначала автор представил некоторые известные соображения и примеры по этому вопросу. Они были основаны на концепции холизма, в рамках которой результаты, например, полученные в статистической физике с помощью теории вероятностей, не отделялись от самой теории вероятностей. Однако они не являются в должной мере полными и основательными, для того чтобы считать теорию вероятностей физической наукой.

Затем автор сформулировал собственные аргументы. Так, на основе анализа содержания теорем Бернулли и Чебышева показано, что они допускают верификацию условий их применимости к исследуемым данным и в принципе более сложную проверку адекватности этим данным доказанных в них результатов. Кроме того, продемонстрировано, что ряд понятий этой науки, такие как «независимость» и «вероятность», допускают общенаучную интерпретацию. Поэтому теория вероятностей является математической наукой, что следует из формального и абстрактного характера ее аксиом, однако она обладает некоторыми чертами, свойственными строгим естественно-научным и техническим дисциплинам.

Вторая часть статьи посвящена исследованию оснований для изменения статуса прикладной статистики, так как в последние десятилетия в западных

университетах эта наука уже не считается частью математики. В результате на основе содержательного анализа классической статистики автор показал, что для этой дисциплины имеется намного больше оснований, чем для теории вероятностей, не считать ее исключительно дедуктивной наукой.

Ключевые слова: физика; математика; теория вероятностей; прикладная статистика; аксиома; независимость; причинность; искусственный интеллект

V.M. Reznikov

IS THE PROBABILITY THEORY COMPLETELY FORMAL SCIENCE?

In the 1900s, D. Hilbert formulated his famous problems, and the sixth problem was intended to axiomatize probability theory as a physical science. In 1938, the axiomatics proposed by A.N. Kolmogorov were accepted as a working mathematical science. This raises a question that has been neglected in the established philosophical literature – why did Hilbert consider probability theory a physical science?

The main goal of this work was to describe the characteristics of probability theory that are specific to the strong natural sciences. The author first presented some well-known considerations and examples on this subject. They were based on the concept of holism, which held that results, such as those obtained in statistical physics using probability theory, were not separated from probability theory itself. However, they are not sufficiently complete and thorough to consider probability theory a physical science.

Then, the author formulated his own arguments. Thus, based on an analysis of the content of Bernoulli's and Chebyshev's theorems, he demonstrated that they allow for verification of the conditions of their applicability to the data being studied, and, in principle, a more complex verification of the adequacy of the results proven within them to these data. In addition, he demonstrated that a number of concepts of this science, such as independence and probability, allow for a general scientific interpretation. Therefore, probability theory is a mathematical science, which follows from the formal and abstract nature of its axioms, but it has some features characteristic of strict natural scientific and technical disciplines.

The second part of the article is devoted to the study of the reasons for changing the status of applied statistics, since over the past decades in Western universities this science is no longer considered part of mathematics. As a result, on the basis of a substantive analysis of classical statistics, the author has shown

that there are far more reasons for this discipline than for probability theory not to be considered an exclusively deductive science.

Keywords: physics; mathematics; probability theory; applied statistics; axiom; independency; causality; artificial intelligence

1. Об основаниях теории вероятностей как математической науки и некоторых ее особенностях как естественно-научной дисциплины

Известно, что теория вероятностей и особенно математическая статистика широко применяются в различных областях знания – от традиционных разделов биологии, медицины, экономики и до самых современных разделов физики элементарных частиц и искусственного интеллекта. Корректное применение используемого аппарата и правильное оценивание достижений и неудач на его основе предполагают, что этот аппарат относится к чистой математике, или прикладной математике, или нематематической науке, в которой применяется формальный аппарат. Необходимо отметить, что среди ученых никогда не было полного консенсуса относительно вопроса, какого рода наукой является теория вероятностей: математической или естественно-научной дисциплиной. Обратимся к истории математики, следуя Т. Куну, который утверждал, что для того чтобы оценить результат, необходимо учитывать историю его открытия.

Из истории математики известно, что математические дисциплины, получив статус формальных наук, не изменяли его и, наоборот, нематематические науки не становились формальными дисциплинами. Однако эта традиция была нарушена: так, в конце 30-х годов прошлого столетия теория вероятностей обрела статус математической науки, и, наоборот, прикладная статистика в начале текущего столетия в западных странах потеряла статус прикладной математической науки. Отмечу, что относительно нашей страны мне неизвестны какие-либо факты, свидетельствующие об изменении статуса прикладной статистики как одной из дисциплин, относящихся к прикладной математике.

Начну с описания событий, которые повлияли на изменение статуса теории вероятностей как принадлежавшей к физическим наукам и в результате которых она стала математической наукой. В начале

прошлого столетия, в 1900-е годы, Д. Гильберт сформулировал свои знаменитые проблемы, и в шестой проблеме предлагалось аксиоматизировать наиболее продвинутые физические науки, прежде всего теорию вероятностей и механику, а также еще термодинамику и статистическую физику [1]. В ответ на предложение Гильберта об аксиоматизации теории вероятностей рядом математиков были представлены различные аксиоматики теории вероятностей. Первая корректная аксиоматика теории вероятностей была разработана С.Н. Бернштейном, она в основном представляла интерес для логики. Вторая в целом правильная аксиоматика была разработана Р. Мизесом, она была ориентирована на приложения, но не вписывалась в чистую математику. В 1933 г. вышла книга А.Н. Колмогорова сначала на немецком языке, а в 1936 г. она была опубликована на русском языке и была посвящена аксиоматическому изложению теории вероятностей на основе новейших достижений в области теории меры и интегрирования [2]. На математическом конгрессе в 1938 г. аксиоматизированная теория вероятностей А.Н. Колмогорова получила признание в качестве работающей математики.

Из формулировки шестой проблемы следует, что теория вероятностей для Гильберта являлась физической наукой. Необходимо отметить, что в известной литературе нет информации о том, почему современники Гильберта относили теорию вероятностей к физическим дисциплинам. Поэтому имеет смысл реконструировать аргументацию современников Гильберта, в силу которой теория вероятностей считалась физической дисциплиной. Во-первых, изначально математика была частью физической науки. В дальнейших рассуждениях я буду считать, что в настоящее время прикладная статистика не относится к математическим наукам. Во-вторых, некоторые математики, которые оказали большое влияние на стохастическую математику, отмечали, что теория вероятностей и математическая статистика постоянно взаимодействуют. Более того, Ю. Нейман, один из основателей математической статистики, считал, что эта наука является частью теории вероятностей, а Р. Мизес, основатель частотной интерпретации теории вероятностей, отмечал, что теория вероятностей и математическая статистика являются единой наукой [8, р. V]. В-третьих, в статистической физике, термодинамике и некоторых других науках активно используется аппарат теории вероятностей.

На основе приведенных аргументов, а также концепции холизма, в силу которой некоторые физические результаты, полученные с помощью теории вероятностей, и сама теория вероятностей оказываются неразделимыми, представляется весьма правдоподобным убеждение современников Гильберта, состоящее в том, что теория вероятностей является частью физики.

Тем не менее, по моему мнению, приведенные соображения не являются в должной степени ни основательными, ни полными, чтобы считать теорию вероятностей физической наукой, поэтому я привожу ряд собственных аргументов.

Во-первых, к сожалению, в настоящий момент я не располагаю прямыми свидетельствами современников Гильберта относительно статуса теории вероятностей как физической науки в конце XIX и в начале XX вв. Однако мне известно, что во Франции, являвшейся одним из лидеров в области теории вероятностей, сложилась особая традиция, связанная с этой наукой, которой следовали по крайней мере с конца XIX столетия и даже после признания теории вероятностей математической наукой, вплоть до начала Второй мировой войны. Эта традиция заключалась в том, что математики, которые предполагали серьезно заняться стохастической математикой, не могли сразу посвятить себя этой науке, так как они должны были сначала получить солидные результаты в одной из областей классической математики. Все известные французские математики того времени, включая Ж. Адамара, Э. Бореля, М. Фреше, П. Леви и др., у которых были солидные достижения в области теории вероятностей, неуклонно следовали этой традиции [10]. Конечно, не было формального запрета на то, чтобы сразу приступить к исследованиям в области стохастики, минуя первоначальный этап, связанный с получением значимых результатов в классической математике. Однако в этом случае могли возникнуть препятствия для карьерного роста.

Во-вторых, некоторые математики, получившие основополагающие результаты в теории вероятностей, долгое время не считали теорию вероятностей настоящей математической наукой. В частности, Борель отказывал теории вероятностей в статусе математической науки, так как первоначально эта дисциплина занималась преимущественно утилитарными проблемами, например подсчетом вероятностей исходов экспериментов, связанных с бросанием кубиков или

монет, а не тонкими вероятностными рассуждениями. Кроме того, понятие независимости казалось Борелю неудачно сформулированным, и только после того, как он сформулировал собственное понятие независимости и показал, что результаты, полученные с применением этого понятия, связаны с классической математикой, он согласился с математическим статусом теории вероятностей.

Итак, имеется определенная ясность относительно аргументов, опираясь на которые Гильберт и его современники оценивали теорию вероятностей как физическую науку. Однако остаются не в полной мере ясными другие вопросы. Во-первых, почему после аксиоматизации теории вероятностей эта дисциплина получила статус математической науки? Ведь механика, термодинамика и другие физические дисциплины после их аксиоматизации не получили статуса математических наук. Во-вторых, в какой степени А.Н. Колмогоров решил проблему Д. Гильберта об аксиоматизации теории вероятностей, если последний считал ее физической наукой, а в результате аксиоматизации она стала математической наукой?

Начну с первого вопроса – об основаниях считать аксиоматическую теорию вероятностей Колмогорова математической наукой. Известны следующие убедительные соображения, раскрывающие формальный характер теории вероятностей. Во-первых, как писал недавно ушедший из жизни философ П. Хэмфри, все аксиомы, предложенные Колмогоровым, имеют в полной мере формальный характер [7]. Во-вторых, как отмечал Колмогоров, последняя аксиома в предложенном им списке аксиом имеет абсолютно абстрактный характер. Он писал: «Так как новая аксиома существенна лишь для бесконечных полей вероятностей, то является почти невозможным объяснить ее эмпирическое значение» [2, с. 23]. В-третьих, в связи с формальным характером колмогоровской аксиоматики уместно привести соображения Д. фон Неймана по поводу требований к аксиоматике физической науки. Фон Нейман полагал, что для физики нужна мягкая, полуформальная аксиоматика, причем она должна быть сформулирована до построения формального аппарата теории. В случае же с аксиоматизацией теории вероятностей ситуация иная: А.Н. Колмогоров предложил аксиомы уже для созданной теории вероятностей, причем он остановился на аксиомах из теории меры,

более абстрактной математической дисциплины, чем теория вероятностей. [2].

Рассмотрим кратко, как требования Гильберта к аксиомам были воплощены в аксиоматике Колмогорова. Вот как эти требования описывает современный историк науки Л. Корри: он отмечает, что основные требования Гильберта к аксиомам состояли в том, что они должны быть независимыми, а система аксиом должна быть полной, но полнота понималась неформально, просто все известные результаты должны быть выводимыми из аксиом [5]. Отметим, что в аксиоматике Колмогорова все аксиомы независимы, но, как пишет Колмогоров, предложенная им аксиоматика не является полной [2, с. 10].

Теперь я приведу собственные аргументы, которые свидетельствуют, что теория вероятностей не является исключительно математической наукой.

Во-первых, обратимся к содержанию теории вероятностей, в этом отношении она обладает уникальными, несвойственными математическим наукам особенностями. Так, в отличие от других математических наук, за исключением математической статистики, в содержании теории вероятностей используются как теоретические, так и эмпирические термины. Более того, в теории вероятностей получен ряд результатов преимущественно асимптотического характера, в которых устанавливаются связи между теоретическими и эмпирическими величинами. Так, например, в теореме Бернулли установлена близость по вероятности между эмпирическими частотами и теоретическими вероятностями. А в теореме Чебышева доказывается близость по вероятности между эмпирическими средними и теоретическими математическими ожиданиями. На основании связи теоретических и эмпирических терминов теоремы Бернулли и Чебышева обеспечивают возможность верификации адекватности изучаемых данных условиям применимости этих теорем, а также принципиальную возможность верификации адекватности заключений этих теорем результатам реальных экспериментов.

Отметим, что в истории науки известны неоднократные попытки проверок адекватности частотных характеристик выпадения герба заключению теоремы Бернулли на основе бросания монет. Оказалось, что после продолжительных бросаний правильной монеты частоты выпадения герба приближались к предельной величине, равной 0,5,

но тем не менее эти частотные характеристики не достигали предельных значений. Так, несмотря на дальнейшую реализацию большого числа испытаний, эти частоты впоследствии не становились существенно ближе к пределу, они то немного приближались, то потом отклонялись от предела и в итоге флуктуировали в некотором интервале. Другими словами, вопреки теореме Бернулли, частотные характеристики выпадения герба не сходятся к теоретической вероятности. Кроме того, в работе И.И. Горбана на ряде примеров из естествознания и техники, включая измерение средних значений напряжения в сети, было показано, что вопреки теореме Чебышева, предельные средние значения тоже не сходятся к теоретическим математическим ожиданиям [6].

Таким образом, благодаря некоторым теоремам, устанавливающим связи теоретических и эмпирических величин, теория вероятностей имеет определенное сходство со строгими естественно-научными дисциплинами и техническими науками, так как условия применимости этих теорем допускают экспериментальную проверку адекватности изучаемым данным. Более того, доказанные в этих теоремах результаты допускают принципиально более сложную экспериментальную верификацию по сравнению с проверкой адекватности данных условиям применимости этих теорем.

Во-вторых, несмотря на формальный характер аксиом теории вероятностей, некоторые ее понятия и отношения в приложениях получают вполне универсальные, общенаучные интерпретации. В частности, примерами таких отношений являются независимость событий, независимость случайных величин, зависимость событий, зависимость случайных величин, а примерами таких понятий являются понятия вероятности событий, функции распределения случайных величин.

В-третьих, еще один аргумент в пользу не вполне математического характера теории вероятностей основан на сущностной связи с прикладной статистикой, и он некоторым косвенным образом характеризует не вполне математический характер классической теории вероятностей. Дело в том, что вышеупомянутые теоремы Бернулли и Чебышева по структуре аналогичны некоторым теоремам математической статистики, а с начала текущего столетия в западных

университетах считается, что прикладная статистика является отдельной дисциплиной и не относится к прикладной математике.

После исследования вопроса о том, к какой области знания принадлежит теория вероятностей, я возвращаюсь к ранее поставленному вопросу, о том, в какой степени А.Н. Колмогоров решил шестую проблему Д. Гильберта. Отмечу, что определение соответствия предложенной Колмогоровым аксиоматики постановке Гильбертом шестой проблемы требует проведения дополнительного самостоятельного исследования. Дополнительное исследование необходимо, так как вопрос о связи постановки проблемы аксиоматизации теории вероятностей в контексте шестой проблемы Гильберта и ее решения, предложенного Колмогоровым, в известной литературе практически не рассматривался, за исключением нескольких работ, которые не были специально посвящены этому вопросу [7; 11; 12]. Поэтому я ограничусь кратким ответом на этот вопрос. Во-первых, в аксиоматике Колмогорова некоторые требования, предъявляемые Гильбертом к аксиомам, были выполнены. Во-вторых, ряд теорем элементарной теории вероятностей имеет определенное сходство с естественно-научными дисциплинами, а некоторые понятия допускают общенаучную интерпретацию, поэтому классическая теория вероятностей имеет определенное минимальное сходство с физикой. Однако в целом классическая теория вероятностей, не говоря уже о современной теории вероятностей, является настоящей математической наукой. Поэтому А.Н. Колмогоров решил не проблему аксиоматизации теории вероятностей как физической науки, а другую проблему – аксиоматизации теории вероятностей как математической дисциплины.

2. О некоторых особенностях прикладной статистики, имеющих естественно-научный характер

Теперь перейдем к вопросу об основаниях для отмены статуса математической дисциплины у прикладной статистики. По нашему мнению, этот вопрос является значимым и актуальным, так как рассуждения, представленные в известной литературе, для изменения статуса прикладной статистики не являются в должной степени ни основательными, ни полными.

Приведу следующие известные аргументы, объясняющие изменения статуса прикладной статистики. Во-первых, это фактор организационного характера. Так, во многих странах имеются как различные математические ассоциации, так и статистические ассоциации. Они являются независимыми друг от друга в финансовом отношении, у них собственные календари мероприятий, конференций и т.д. Еще известны два аргумента, которые основаны на различии в профессиональной подготовке прикладных статистиков и математиков. Во-вторых, отмечается, что прикладные статистики, как правило, являются профессиональными пользователями различных баз данных, однако далеко не все прикладные математики обладают этими интеллектуальными навыками. В-третьих, у прикладных статистиков и математиков различные стили работ. Так, считается, что прикладные статистики не требуют от заказчиков математической постановки проблемы, они сами ее осуществляют, глубоко вникая в область приложений статистики. Последний аргумент не является специфическим для статистиков, так как сильные прикладные математики нередко самостоятельно осуществляют постановку решаемой проблемы в области приложений.

По моему мнению, кроме вышеприведенных соображений имеются другие серьезные аргументы, основанные как на содержании статистики, так и на истории ее создания, для изменения статуса прикладной статистики.

Во-первых, в отличие от большинства математических наук, в математической статистике, так же как и в теории вероятностей, наряду с теоретическими величинами используются и эмпирические величины, например в критериях проверки гипотез о соответствии данных теоретическим распределениям вероятностей. Эти критерии изучаются в разделе математической статистики под названием «проверка статистических гипотез». В этом разделе на основе анализа данных формулируются гипотезы о законах распределения данных, а затем с помощью критериев проверки гипотез исследуется соответствие данных этим распределениям, или, по-другому, адекватность распределений исследуемым данным. Фактически это направление статистического анализа предоставляет средства для проведения статистических экспериментов по определению пригодности или непригодности теоретических законов распределений применительно к изу-

чаемым объектам исследований. Возможности по проведению статистических экспериментов сближают математическую статистику с техническими и естественно-научными дисциплинами.

Во-вторых, как считал, Р. Фишер, вклад которого в формирование современной математической статистики невозможно переоценить, писал: «Статистику можно рассматривать как: 1) учение о совокупностях, 2) учение о вариации и 3) учение о методах приведения данных к компактной форме, основная задача математической статистики заключается в исследовании изменчивости» [4, с. 12]. По-моему, трудно представить математическую науку, предназначенную для исследования вариабельности в массовых явлениях.

В-третьих, как правило, создателями формальных наук оказывались чистые математики, однако основателями математической статистики были не чистые математики, а прикладные математики и представители нескольких других наук, причем их деятельность была направлена на создание математической статистики как прикладной математической науки. Так, математическая статистика возникла в результате независимых исследований специалистов в области биологии, экономики и психологии, которые обладали математической подготовкой, а также математиков, которые работали в этих трех науках. Наибольший вклад в создание математической статистики принадлежит генетикам, и среди них отметим Ф. Гальтона, К. Пирсона, Р. Фишера, а также надо упомянуть химика У. Госсета и математиков Ю. Неймана и Э. Пирсона.

В-четвертых, математическая статистика не является в полной мере дедуктивной наукой. Так, в ней используются не только строго обоснованные, но и лишь правдоподобные рассуждения. Например, в анализе выборочных данных предполагается, что выборка является репрезентативной, и тогда выводы, полученные на этой выборке, оказываются корректными для всей генеральной совокупности, однако статистика не предоставляет средств, гарантирующих формирование репрезентативной выборки. Кроме того, в некоторых разделах математической статистики невозможны безошибочные суждения. Так, все известные критерии проверки единственной гипотезы не гарантируют ни безошибочное ее отвержение, если она является ложной, ни гарантированное принятие, если она является корректной. Другими словами, принципиально существует ненулевая вероятность

опровержения правильной гипотезы, а в критериях выбора правильной гипотезы из двух альтернативных гипотез всегда существуют две ненулевые вероятности как опровержения правильной гипотезы, так и принятия неверной гипотезы.

В-пятых, есть основания полагать, что математическая статистика имеет в некотором смысле универсальный и междисциплинарный характер. Так, ее универсальный характер проявляется в том, что в ней используются общенаучные понятия, например «связь», «корреляция», «независимость», которые допускают различные содержательные интерпретации. А междисциплинарный характер прикладной статистики проявляется в том, что она оказывается наиболее популярной формальной наукой, используемой в приложениях других наук. Другим серьезным аргументом в пользу ее общенаучного характера является то обстоятельство, что современными исследователями в области искусственного интеллекта, в том числе Д. Перлом с соавторами, на основе теории графов, теории вероятностей и математической статистики был разработан аппарат для исследования причинных зависимостей [9]. Формально понятие причинной зависимости пока не обладает легитимным статусом в математической статистике. Однако бесспорно, что со временем аппарат исследования формальных причинных зависимостей получит легитимное признание и станет частью математической статистики, так как уже в настоящее время он успешно применяется в ряде областей знания, в том числе в эпидемиологии, профилактической медицине и других науках.

Таким образом, классическая теория вероятностей относится к математическим наукам, однако в ее составе имеются некоторые понятия и теоремы, которые не позволяют считать ее только математической дисциплиной. Во-первых, это теоремы Бернулли и Чебышева, которые обеспечивают верификацию адекватности условий применимости этих теорем эмпирическим данным на уровне строгости естественно-научных дисциплин и тем самым сближают теорию вероятностей с техническими науками и науками точного естествознания. Во-вторых, имеются такие понятия, как «независимость» и «зависимость», которые имеют общенаучный характер.

Что касается прикладной статистики, то относительно этой дисциплины существует еще больше аргументов в пользу не исключи-

тельно математического ее характера. Во-первых, доказано несколько фундаментальных теорем, например теоремы В.И. Гливенко – Ф. Кантелли и А.Н. Колмогорова, которые устанавливают связь между теоретическими и эмпирическими распределениями [3]. Более того, весь аппарат математической статистики предназначен для исследования разнообразных связей между теоретическими и эмпирическими величинами. Во-вторых, в ней используются не только дедуктивные, но и лишь правдоподобные рассуждения. В-третьих, в ее составе имеется ряд понятий, например «корреляция», «зависимость», «независимость», «средняя величина» и др., имеющих общенаучное значение.

Заключение

Сформулируем некоторые следствия, которые вытекают из того, что теория вероятностей и математическая статистика не являются исключительно математическими науками. Так, известно, что каждая интерпретация теории вероятностей представляет определенную систему взглядов на природу вероятностей и предлагает методологию для их вычислений. Естественными интерпретациями для использования прикладной статистики и теории вероятностей являются частотные интерпретации. Так, в некоторых теоремах теории вероятностей, например в теореме Бернулли, устанавливается близость между теоретическими вероятностями и частотными характеристиками, а в математической статистике некоторые критерии формулируются на основе частотных характеристик.

Необходимо отметить, что несмотря на значимость, частотные интерпретации не получили должного внимания в известной философской литературе. При этом подавляющее большинство публикаций, посвященных частотным интерпретациям, имеет критическую направленность [7; 11]. Представленные в них критические аргументы имеют разнообразный характер, но в основном критикуется то, что некоторые определения и идеи частотных интерпретаций не относятся к чистой математике. По моему мнению, после того как было показано, что классическая математическая статистика и теория вероятностей не в полной мере оказываются математическими науками, эта критика бьет мимо цели.

Математики тоже не проявляли большого интереса к частотным интерпретациям, и в частности к наиболее критикуемой интерпретации Мизеса, по двум причинам. Во-первых, в ней использовалась неколмогоровская аксиоматика, а во-вторых, в интерпретации Мизеса не было новых результатов по сравнению со стандартной теорией вероятностей. Однако многие из этих недостатков были устранены в частотной теории вероятностей Горбаня, так как в ней много новых результатов и она построена на основе аксиоматики Колмогорова [6]. Я надеюсь в последующих публикациях дать взвешенный философский и методологический анализ частотной интерпретации Мизеса и частотной теории вероятностей Горбаня.

Литература

1. *Александров П.С.* Проблемы Гильберта. М.: Наука, 1969.
2. *Колмогоров А.Н.* Основные понятия теории вероятностей. М.: ОНТИ НКТП СССР, 1936.
3. *Крамер Г.* Математические методы статистики. М: Мир, 1975.
4. *Фишер Р.* Статистические методы для исследователей. М.: Госстатиздат, 1958.
5. *Corry L.* David Gilbert and Axiomatization of Physics (1898–1918). London: Kluwer Academic Publishers, 2004.
6. *Gorban I.* The Statistical Stability Phenomenon. Berkeley: Springer, 2017.
7. *Humphrey P.* Probability theory and its models // Probability and Statistics: Essays in Honor of David A. Freedman / Ed. by D. Nolan, T. Speed. Beachwood, Ohio, USA, 2008. P. 1–11 (Institute of Mathematical Statistics Collections. Vol. 2).
8. *Mises P.* Mathematical Theory of Probability and Statistics. New York; London: Academic Press, 1964.
9. *Pearl J., Mackenzie D.* The Book of Why: The New Book of Cause and Effect. N.Y.: Basic Books, 2020.
10. *Shafer G., Vovk V.* The sources of Kolmogorov's Grundbegriffe // Statistical Science. 2006. Vol. 21 (1). P. 70–98.
11. *Siegmund-Schultze R.* Sets versus trial sequences, Hausdorff versus von Mises: “Pure” mathematics prevails in the foundations of probability around 1920 // Historia Mathematica. 2010. Vol. 37. – P. 204–241.
12. *Verburgt L.M.* “A terrible piece of bad metaphysics”? Towards a history of abstraction in nineteenth- and early twentieth-century probability theory, mathematics and logic: Thesis / Amsterdam University. Amsterdam, 2015. URL: <https://dare.uva.nl/search?identifier=c83f4e71-973a-40fd-8548-ccd25b2c73e1> (дата обращения: 16.06.2025).

References

1. *Aleksandrov, P.S.* (1969). Problemy Gilberta [Hilbert' Problems]. Moscow, Nauka Publ.
2. *Kolmogorov, A.N.* (1936). Osnovnye ponyatiya teorii veroyatnostey [Foundations of the Theory of Probability]. Moscow, United Scientific and Technical Publishing House of the People's Commissariat of Heavy Industry of the USSR.
3. *Cramer, H.* (1975). Matematicheskie metody statistiki [Mathematical Methods of Statistics]. Moscow, Mir Publ. (In Russ.).
4. *Fisher, R.* (1958). Statisticheskie metody dlya issledovateley [Statistical Methods for Research Workers]. Moscow, Gosstatizdat Publ. (In Russ.).
5. *Corry, L.* (2004). David Gilbert and Axiomatization of Physics (1898–1918). London, Kluwer Academic Publishers.
6. *Gorban, I.* (2017). The Statistical Stability Phenomenon. Berkeley, Springer.
7. *Humphrey, P.* (2008). Probability theory and its models. In: D. Nolan & T. Speed (Eds.). Probability and Statistics: Essays in Honor of David A. Freedman. Institute of Mathematical Statistics Collections, Vol. 2, 1–11. Beachwood, Ohio, USA.
8. *Mises, P.* (1964). Mathematical Theory of Probability and Statistics. New York & London, Academic Press.
9. *Pearl, J. & D. Mackenzie.* (2020). The Book of Why: The New Book of Cause and Effect. New York, Basic Books.
10. *Shafer G. & V. Vovk.* (2006). The sources of Kolmogorov's Grundbegriffe. Statistical Science, 21 (1), 70–98.
11. *Siegmund-Schultze, R.* (2010). Sets versus trial sequences, Hausdorff versus von Mises: "Pure" mathematics prevails in the foundations of probability around 1920. Historia Mathematica, 37, 204–241. .
12. *Verburgt, L.M.* (2015). "A terrible piece of bad metaphysics"? Towards a history of abstraction in nineteenth- and early twentieth-century probability theory, mathematics and logic: Thesis. Amsterdam, Amsterdam University. Available at: <https://dare.uva.nl/search?identifier=c83f4e71-973a-40fd-8548-ccd25b2c73e1> (date of access: 16.06.2025).

Информация об авторе

Резников Владимир Моисеевич – Институт философии и права СО РАН (630090, Новосибирск, ул. Николаева, 8).
mathphil1976@gmail.com

Information about the author

Reznikov, Vladimir Moiseevich – Institute of Philosophy and Law, Siberian Branch of the Russian Academy of Sciences (8, Nikolaev St., Novosibirsk, 630090, Russia).
mathphil1976@gmail.com

Дата поступления 14.07.2025.
Принята к публикации 10.11.2025.